



CENTRO NACIONAL DE METROLOGÍA

INCERTIDUMBRE EN LA CALIBRACION DE UN PROBADOR VOLUMÉTRICO BIDIRECCIONAL

Roberto Arias Romero

Nota: El presente ejercicio ha sido desarrollado bajo aspectos didácticos y lleva por esto algunas simplificaciones. Para aplicarlo a un caso específico, deben tomarse en cuenta los resultados particulares de esa medición o calibración, informes y certificados de calibración, características de los equipos, métodos, condiciones ambientales, habilidades del personal y todos los elementos relevantes particulares de ese sistema de medición.

El Marqués, Qro., México, abril de 2001.

INCERTIDUMBRE EN LA CALIBRACION DE UN PROBADOR VOLUMÉTRICO BIDIRECCIONAL

Roberto Arias Romero

Julio, 2000

Resumen: Se presenta el procedimiento de cálculo del volumen que desplaza la esfera de un probador bidireccional en su recorrido de ida y vuelta, así como el de estimación de incertidumbre del volumen a condiciones de referencia.

1. PRINCIPIO DE MEDICIÓN Y MENSURANDO

Los probadores bidireccionales son equipos de medición que se usan para llevar a cabo la calibración de medidores de flujo, sean de tipo turbina o de desplazamiento positivo. Una práctica común es instalar estos equipos en forma permanente en las estaciones de medición en poliductos para llevar a cabo la calibración de los equipos de medición de volumen de hidrocarburos con la periodicidad requerida para mantener trazabilidad al patrón nacional y lograr un nivel de incertidumbre adecuado en las mediciones de volumen.

Estos equipos consisten de una porción de tubería en donde se instalan los sensores que determinan el volumen del probador; el espacio interior definido entre los sensores es conocido como volumen calibrado. A lo largo del probador, e impulsada por el propio fluido, se desliza la esfera que acciona los sensores de inicio y paro que determinan el volumen del probador. Así, la calibración del probador se refiere a la determinación del volumen contenido entre los sensores por lo cual éste constituye el mensurando. El volumen se expresa a condiciones de referencia de 20 °C de temperatura y nula presión manométrica. En la figura 1 se muestra el diagrama esquemático de una instalación para llevar a cabo la calibración de un probador bidireccional. El ejemplo de cálculo que se presenta en páginas posteriores se refiere a un probador bidireccional para el cual un solo patrón volumétrico es suficiente para coleccionar y medir el volumen de ida y vuelta de la esfera.

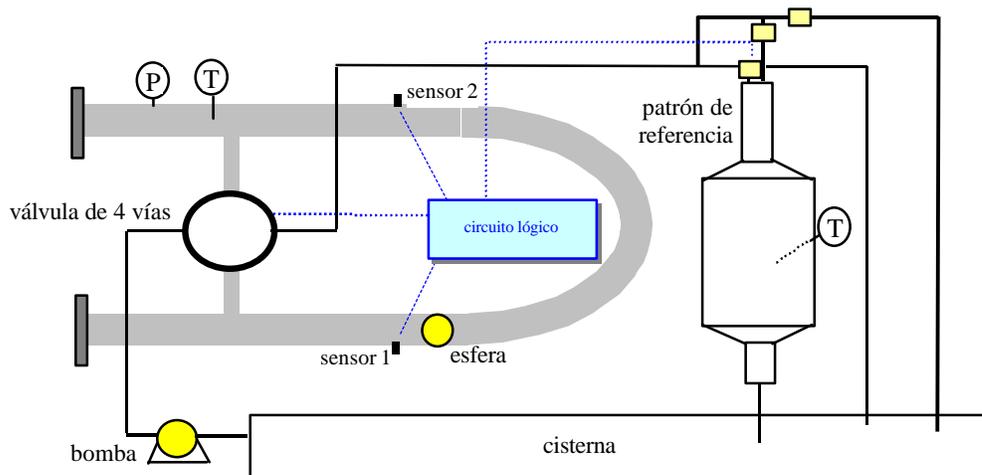


Fig.1 Arreglo para calibración de probador bidireccional.

MODELO MATEMÁTICO:

El valor del mensurando se calcula como

$$V_{20,0} = V_t \cdot CTS_t \cdot CTL \cdot CPL \cdot CTS_p \cdot CPS_p \quad (1)$$

en la cual

$$CTS_t = 1 + \alpha_t \cdot (T_t - 20) \quad (2)$$

$$CTL = 1 + \beta \cdot (T_p - T_t) \quad (3)$$

$$\beta = f(T)$$

$$CPL = 1 - P_p \cdot F \quad (4)$$

$$F = f(T)$$

$$CTS_p = 1 + \alpha_p \cdot (20 - T_p) \quad (5)$$

$$CPS_p = 1 - \frac{P_p \cdot D}{E \cdot e} \quad (6)$$

Nomenclatura:

- $V_{20,0}$: Volumen base del probador, a condiciones de referencia, 20 °C y presión manométrica de 0 Pa.
- CTS_t : Factor de corrección por diferencia entre la temperatura del agua en el tanque T_t , y la temperatura de referencia a la cual se expresa el volumen del patrón volumétrico (20 °C), [adimensional]
- CTL : Factor de corrección por diferencia de temperatura del agua entre el patrón volumétrico y el probador, [adimensional]
- CPL : Factor de corrección por diferencia de presión del agua entre el patrón volumétrico y el probador, [adimensional]
- CTS_p : Factor de corrección por diferencia entre la temperatura del probador y la temperatura de referencia a la cual se expresa el volumen del probador (20 °C), [adimensional]
- CPS_p : Factor de corrección por diferencia entre la presión en el probador respecto de la presión a la cual se expresa el volumen del mismo, [adimensional]
- V_t : Volumen medido en el patrón volumétrico a la temperatura T_t , [L]
- α_t : Coeficiente de dilatación del patrón volumétrico, [°C⁻¹]
- T_t : Temperatura del agua en el patrón volumétrico, [°C]
- β : Coeficiente de expansión volumétrico del agua, [°C⁻¹]
- T_p : Temperatura del agua en el probador, [°C]
- P : Presión en el interior del probador, [MPa]
- F : Factor de compresibilidad isotérmico del agua, [MPa⁻¹]
- α_p : Coeficiente de dilatación del probador, [°C⁻¹]

- D: Diámetro interior del probador, [m]
 E: Módulo de elasticidad del material de fabricación del probador, [MPa]
 e: Espesor de pared del probador, [m]

HIPÓTESIS

- ✓ Es suficiente la aproximación lineal en los factores de corrección por efectos de presión y temperatura.
- ✓ Las pérdidas de agua por evaporación son despreciables y no existen fugas entre la pared del cilindro y la esfera, y en ningún punto localizado entre el probador y el patrón volumétrico.
- ✓ La temperatura del agua contenida en el patrón volumétrico es igual que la temperatura del cuerpo del patrón volumétrico.
- ✓ La temperatura del agua en el probador es igual que la temperatura del cuerpo del probador.
- ✓ La transferencia del agua desde el probador hasta el patrón volumétrico se realiza a presión constante (se desprecian los cambios de presión en el interior del probador).
- ✓ Las propiedades termodinámicas del agua pura son aplicables.
- ✓ La relación de diámetro externo contra el diámetro interno del probador es del orden de 1,15, de lo cual se puede aplicar la teoría de los cilindros de pared delgada para estimar la deformación del probador por efecto de la presión estática.

EJEMPLO DE CÁLCULO

Información general:

Probador: bidireccional
 Material: acero suave
 Diámetro: 0,258 m
 Espesor: 0,009 3 m
 Patrón volumétrico: 663 L (nominal), cuello graduado

Datos de calibración

Presión en el probador, P_p : 0,282 7 MPa
 Temperatura en el probador (promedio), T_p : 28,3 °C
 Temperatura en el patrón volumétrico (promedio), T_t : 27,7 °C
 Volumen en el patrón volumétrico (promedio), V_t : 663,729 L
 Coeficiente de dilatación del patrón volumétrico, α_t : $47,7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Coefficiente de dilatación del probador, α_p :	$34 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Coefficiente de expansión volumétrico del agua, β :	$2,853 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ (@ 28 °C)
Coefficiente de compresibilidad del agua, F:	$4,492 \times 10^{-4} \text{ MPa}^{-1}$ (@ 28 °C)
Módulo de elasticidad del material del probador, E:	$2,068 \times 10^5 \text{ MPa}$ (acero suave)
Desviación. estándar del volumen base del probador, $S_{V_{20,0}}$:	0,133 L
Numero de corridas, n:	10

2. FUENTES DE INCERTIDUMBRE

A. Volumen indicado por el patrón volumétrico V_t

Incertidumbre asociada con la calibración del patrón volumétrico, siendo la incertidumbre estándar de 0,015% del volumen. Esta incertidumbre puede catalogarse como incertidumbre tipo B; el valor de 0,015% considera la resolución y la linealidad de la escala de lectura en el patrón volumétrico.

Del proceso de calibración del patrón volumétrico se sabe que los grados efectivos de libertad para la medición de volumen con este instrumento es de 35.

B. Coefficiente de expansión térmica del patrón volumétrico, α_t

El material de fabricación del patrón volumétrico es acero inoxidable tipo 304; del cual, sin embargo, se desconoce su composición química particular. En este caso, se considera que el coeficiente de dilatación puede tomar cualquier valor entre los límites de $43,2 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ hasta $52,2 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ (API MPMS, Cap. 12, Sección 2); así, la mejor estimación para α_t es $47,7 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, con una incertidumbre estándar de $2,6 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ (asumiendo una distribución de probabilidad rectangular).

La confianza que se tiene en la variabilidad es del orden de 80%, por lo que tomando en cuenta la recomendación de la GUM 1993 [1], los grados de libertad que se asignan a esta variable aleatoria son 13. Esta justificación aplica también para el coeficiente de expansión térmica del acero suave, material de fabricación del probador.

C. Temperatura del agua en el patrón volumétrico, T_t

La incertidumbre estándar del sistema de medición de temperatura (integrado por sensor e indicador), es de 0,1 °C; sin embargo, una contribución adicional resulta de los gradientes de temperatura que existen dentro del patrón volumétrico. Se estima que el gradiente máximo que puede presentarse es de 0,2 °C, por lo que aplicando una distribución rectangular con semi-intervalo igual a 0,1 °C resulta en una incertidumbre estándar de 0,06 °C; así, la incertidumbre estándar combinada para T_t es del orden de 0,12 °C.

Los grados de libertad asociados con cada una de las fuentes anteriores son 200 y 13 respectivamente, y se justifican en la confianza que se otorga al valor de incertidumbre estándar. Los grados de libertad que se anotan en esta sección se aplican también para la temperatura del agua en el probador.

D. Temperatura del agua en el probador, T_p

La incertidumbre estándar del sistema de medición de temperatura es de 0,1 °C; sin embargo, una contribución adicional procede del gradiente de temperatura en la dirección axial del probador, para lo cual se estima una incertidumbre estándar de 0,06 C (igual que para el caso de T_t , se considera una distribución de probabilidad rectangular con semi-intervalo igual a 0,1 °C); así, la incertidumbre estándar combinada para T_t es del orden de 0,12 °C.

E. Presión en el interior del probador, P :

De acuerdo con el certificado de calibración, el sensor de presión mide presión manométrica dentro de cierto intervalo, con una incertidumbre estándar de 0,25% del valor de la lectura, valor que debe combinarse con la incertidumbre debido a la falta de estabilidad en la presión que el fluido ejerce sobre las paredes del probador. La incertidumbre por dicha inestabilidad se calcula asumiendo una distribución rectangular, con límite inferior de 0,275 8 MPa y 0,289 6 MPa como límite superior. Así, de lo anterior resulta, una incertidumbre estándar combinada de 4,046 kPa.

Los grados de libertad asociados a cada una de las contribuciones a la incertidumbre en la medición de presión se relacionan con la confianza en el valor de la incertidumbre. Así, a la contribución por calibración se le asocia una confianza del orden de 95%, lo cual implica 200 grados de libertad, mientras que a la incertidumbre relacionada con la variación de presión se le asocia una confianza de 85%.

F. Coefficiente de dilatación del probador, α_p :

El material de fabricación del probador es acero suave, del cual se desconoce su composición química particular. En este caso, y de acuerdo con valores publicados en la literatura [2, 3], la mejor estimación del coeficiente de dilatación es de $33 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$, y se le atribuirá una incertidumbre estándar idéntica a la incertidumbre de α_t ; esto es, de $2,6 \times 10^{-6} \text{ C}^{-1}$.

G. Diámetro interior del probador, D :

De la experiencia en medición de diámetro interno en tuberías usando micrómetros de interiores, un valor conservador de incertidumbre estándar es de 0,4% del valor de diámetro [4]; este valor considera las contribuciones por el método de medición, falta de cilíndricidad, resolución del instrumento e incertidumbre del patrón de referencia.

Los grados de libertad asociados con esta variable aleatoria se basan en una confianza de 50% en el valor de incertidumbre estándar anotado.

H. Módulo de elasticidad del material de fabricación del probador, E

De acuerdo con la bibliografía, la mejor estimación para esta variable es de 2,068 4E05 MPa [4] y se basa en la hipótesis de que el material con que está fabricado el probador es acero suave y se considera isotrópico. Respecto de la incertidumbre, Kegel [5] propone un valor de 2,5% (incertidumbre estándar).

La confianza que se tiene en el valor de incertidumbre es del orden de 75%.

I. Espesor de pared del probador, e

La incertidumbre estándar asociada con esta variable se calculará a partir de una distribución rectangular con un ancho de 0,001 m, que corresponde a la tolerancia permitida en la fabricación de tubería de 0,254 m de diámetro nominal, de lo cual resulta un valor de incertidumbre estándar de 3E-04 m.

J. Repetibilidad:

Se calcula para el volumen base del probador a partir del número de corridas de calibración. Su valor se estima de acuerdo con la GUM 1993 [1].

3. COMBINACIÓN

La expresión matemática para el cálculo de la incertidumbre estándar combinada, a partir de los datos propuestos, tomando como referencia los modelos matemáticos indicados en la sección 1 de este documento se muestra en la ec. 7. En el Anexo B se anotan los resultados de la evaluación y se calculan los grados efectivos de libertad asociados con la incertidumbre estándar combinada del volumen base $V_{20,0}$; se calcula también la incertidumbre expandida, a partir de los grados efectivos de libertad.

Entre las variables que definen al volumen base del probador, se toma en cuenta la correlación que existe entre la temperatura del agua en el probador y la temperatura del agua en el patrón volumétrico. De los datos obtenidos durante la calibración, se determinó que el coeficiente de correlación entre ambas variables es de 0,99, por lo que en los resultados que se presentan en la tabla 1 se toma en cuenta un valor de 1 como coeficiente de correlación.

En el Anexo A se muestra un diagrama útil para identificar las relaciones entre las distintas variables y fuentes involucradas.

La incertidumbre estándar combinada se calcula entonces como:

$$\begin{aligned}
 u_c^2(V_{20}) = & \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CPS}_p} \frac{\partial \text{CPS}_p}{\partial e} \right]^2 u^2(e) + \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CPS}_p} \frac{\partial \text{CPS}_p}{\partial E} \right]^2 u^2(E) + \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CPS}_p} \frac{\partial \text{CPS}_p}{\partial D} \right]^2 u^2(D) + \\
 & + \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CPS}_p} \frac{\partial \text{CPS}_p}{\partial P} + \frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CPL}} \frac{\partial \text{CPL}}{\partial P_p} \right]^2 u^2(P) + \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CTS}_p} \frac{\partial \text{CTS}_p}{\partial \alpha_p} \right]^2 u^2(\alpha_p) + \\
 & + \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CTS}_p} \frac{\partial \text{CTS}_p}{\partial T_p} + \frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CPL}} \frac{\partial \text{CPL}}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial T_p} + \frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CTL}} \frac{\partial \text{CTL}}{\partial T_p} \right]^2 u^2(T_p) + \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial V_t} \right]^2 u^2(V_t) + \\
 & + \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CTS}_t} \frac{\partial \text{CTS}_t}{\partial \alpha_t} \right]^2 u^2(\alpha_t) + \left[\frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CTS}_t} \frac{\partial \text{CTS}_t}{\partial T_t} + \frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CTL}} \frac{\partial \text{CTL}}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial T_t} + \frac{\partial V_{20}}{\partial \text{CTL}} \frac{\partial \text{CTL}}{\partial T_t} \right]^2 u^2(T_t) + \\
 & + \frac{s_{V_{20}}^2}{n} + 2 \frac{\partial V_{20}}{\partial T_t} \frac{\partial V_{20}}{\partial T_p} u(T_t) u(T_p) r(T_t, T_p)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

4. INCERTIDUMBRE EXPANDIDA

El volumen del probador a las condiciones de referencia obtenido como resultado de la calibración es

$$V_{20,0} = (663,87 \pm 0,22) \text{ L},$$

en el cual la incertidumbre está expresada a un nivel de confianza de 95% aproximadamente, con 46 grados de libertad.

5. DISCUSIÓN

- A. De acuerdo a la tabla presentada en el Anexo B, la contribución de mayor peso es la incertidumbre asociada a la calibración del patrón volumétrico.
- B. El peso del elemento de correlación entre la temperatura del agua en el probador y la temperatura del agua en el patrón volumétrico es muy pequeño respecto a la incertidumbre combinada.

6. REFERENCIAS

[Regresar al Prefacio](#)

- [1] BIPM/ISO/IEC “ Guide to the expression of uncertainty in measurement ”, 1993
- [2] OIML R120 “Standard capacity measures for testing measuring systems, for liquids other than water, 1996
- [3] API, MPMS, Chapter 12, Section 2, “ Calculation of liquid petroleum quantities measured by turbine or displacement meters ”, 1981
- [4] ISO 5167, “ Measurement of fluid flow by means of pressure differential devices ”, 1991
- [5] Kegel T., “ Uncertainty analysis of a volumetric primary standard for compressible flow measurement ”
- [6] PTB Wasser stoffdatenblaetter, ISS 0942-7821
- [7] Hayward A.T., “ Proving systems – user guide – “, Cambridge Press

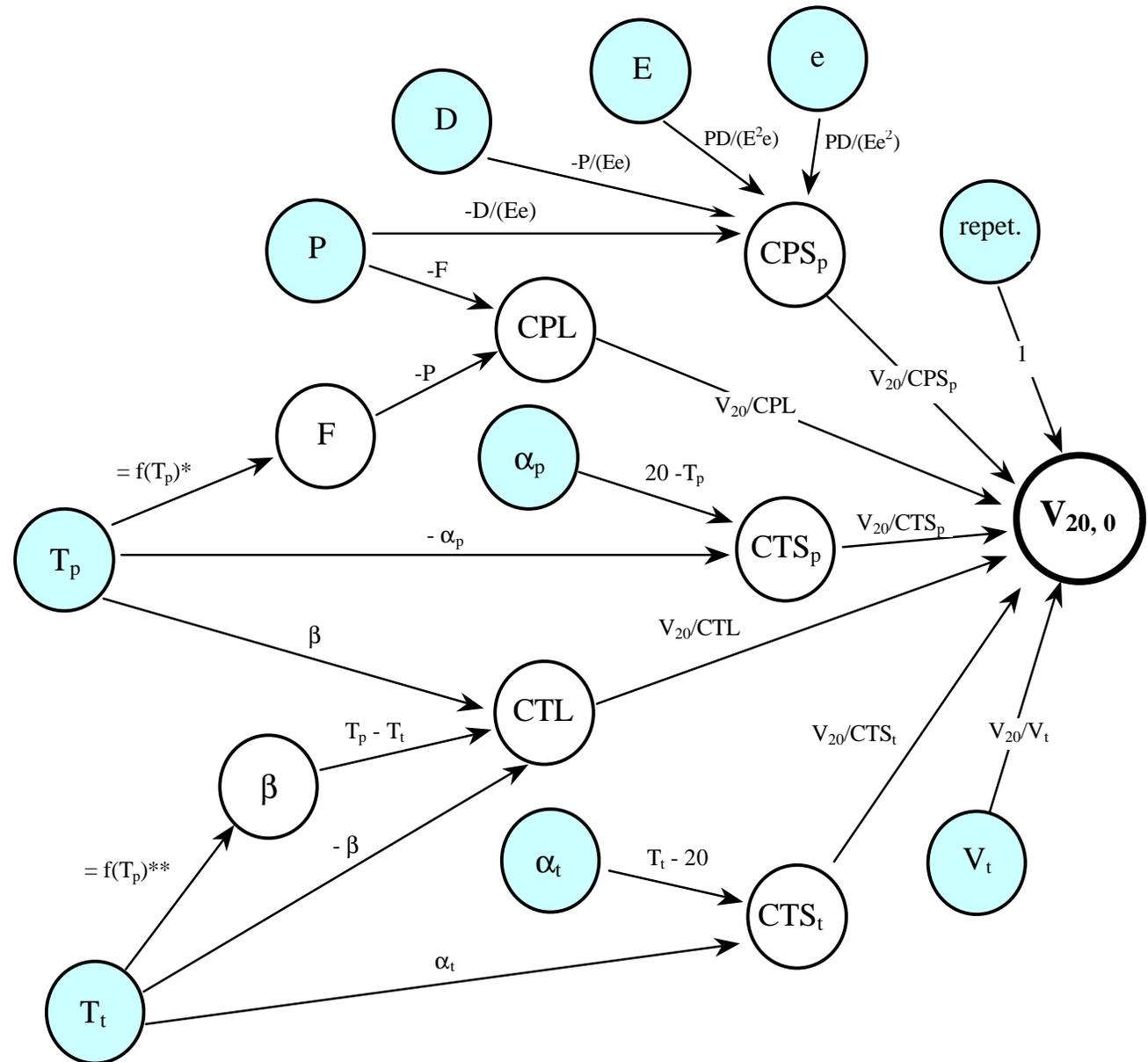
Autor: Roberto Arias Romero,
Coordinador Científico de la División de Flujo y Volumen, CENAM,
rarias@cenam.mx, Tel (52) 4 2 11 05 00 ext. 3765; Fax (52) 4 2 11 05 00 ext. 3776.

ANEXO A Diagrama de árbol que muestra la relación entre las variables que definen al volumen base de un probador volumétrico bidireccional

** $\delta\beta/\delta T_t |_{T=28} = 9,093\ 411E-06\ ^\circ C^{-2}$

* $\delta F/\delta T_p |_{T=27,7} = 6,472\ 714E-09\ MPa^{-1}\ ^\circ C^{-1}$

- El coeficiente de sensibilidad para β se calcula a partir de la ecuación que relaciona la densidad del agua con la temperatura (ecuación desarrollada en PTB, [6]), de la que se obtiene la relación funcional de β respecto de T.
- El coeficiente de sensibilidad para F se obtiene a partir de la relación funcional de F respecto de T. En el capítulo 14.6 del MPMS de API se detalla dicha relación.
- Las variables que se muestran en los círculos sombreados son las variables independientes en este ejercicio.
- Existe correlación entre la temperatura en el probador y la temperatura en el patrón volumétrico; de acuerdo con los datos de calibración, el coeficiente de correlación entre ambas variables es igual a uno.



ANEXO B. Presupuesto de incertidumbre en la calibración de un probador bidireccional

[Regresar al Prefacio](#)

No.	Fuente de incertidumbre	Valor estimado X_i	Incertidumbre original	Distribución	Incertidumbre estándar $u(x_i)$	Coefficiente de sensibilidad c_i	Contribución $u_i(y)$	$(u(x_i) \cdot c_i)^2$	Grados de libertad n
1	Volumen del patrón, V_t ; [L]	663,73	0,03%	normal, $k=2$	9,900E-02	1,000207954	9,902E-02	9,8051E-03	35
2	Coef. de dil. tanque, [1/°C]	0,0000 48	$\pm 4,5E-06$	rectangular	2,600E-06	5109,899276	1,329E-02	1,7651E-04	13
3	Temperatura en tanque, [°C]	27,70		normal	1,166E-01	-0,15104859	-1,762E-02	3,1029E-04	138
3a	Calibración		0,2	normal, $k=2$	1,000E-01	---	---		200
3b	Gradientes	0,20	$\pm 0,1$	rectangular	6,000E-02	---	---		13
4	Coef. de dil. probador, [1/°C]	0,0000 35	$\pm 4,5E-06$	rectangular	2,600E-06	-5843,82971	-1,519E-02	2,3086E-04	13
5	Temperatura en probador, [°C]	28,80		normal	1,166E-01	0,166098122	1,937E-02	3,7520E-04	138
5a	Calibración		0,2	normal	1,000E-01	---	---		200
5b	Gradientes	0,20	$\pm 0,1$	rectangular	6,000E-02	---	---		13
6	Presión en el probador, [MPa]	0,2827		normal	4,046E-03	-0,387568481	-1,568E-03	2,4588E-06	23
6a	Calibración			normal	7,067E-04	---	---		200

6b	Variación	0,0138		rectangula r	3,984E-03	---	---		22
7	Diámetro del probador, [m]	0,258	0,4%	normal, k=1	1,000E-03	-0,097867675	-9,787E-05	9,5781E-09	2
8	Módulo de elasticidad, [MPa]	206840,00	2,5%	normal, k=1	5,171E+03	0,000000122	6,312E-04	3,9847E-07	8
9	Espesor de pared, [m]	0,0093	± 0,0005	rectangula r	3,000E-04	2,723531446	8,171E-04	6,6759E-07	2
10	Repetibilidad, [L]	0,133		normal	4,206E-02	1,000000000	4,206E-02	1,7689E-03	9
	Correlación (T(t), T(p))							-6,8242E-04	
	Volumen base, [L]	(663,87 ± 0,22) L							
							suma	0,012 67	
							raiz (suma)	0,109	
							gr. efectivos	46	
							t _{95,45} (v=46)	2,06	
							Inc. Exp. [L]	0,22	

[Regresar al Prefacio](#)

